1 CP-CEM 2012

1.1 Questão 01

Um pequeno ímã, orientado de forma a ter seu polo positivo para cima, é solto em queda livre dentro de um tubo cilíndrico de cobre, mantendo-se com a mesma orientação durante sua queda. Nestas condições, é correto afirmar que a queda do ímã:

(a) não gera corrente elétrica no tubo, pois cobre não é um material ferromagnético e, portanto, não é atraído por campos magnéticos. A única força que age sobre o ímã é a da gravidade.

(b) gera uma corrente elétrica anti-horária, quando vista de cima, no tubo de cobre. A corrente criada gera um campo magnético secundário que desacelera a queda do objeto.

(c) gera uma corrente elétrica horária, quando vista de cima, no tubo de cobre. A única força que age sobre o ímã é a da gravidade.

(d) gera correntes elétricas com sentidos opostos no tubo de cobre abaixo e acima da posição do ímã. As correntes criadas geram um campo magnético secundário que desacelera a queda do objeto.

(e) gera correntes elétricas com sentidos opostos no tubo de cobre abaixo e acima da posição do ímã. A única força que age sobre o ímã é a da gravidade.

Resolução:

I)Aplicando a Lei de Faraday e Lei de Lenz:

Para facilitar o entendimento do fenômeno físico, pode-se entender o tubo como a justaposição de infinitas espiras. Com a queda do ímã, há variação no fluxo magnético ao longo do tempo nas espiras acima de sua posição e nas espiras abaixo de sua posição, assim é gerado uma corrente elétrica induzida, o que pode ser demonstrado com a Lei de Faraday:

$$\boxed{\xi = \frac{-d\phi_B}{dt}} \tag{1.1}$$

Vale ressaltar que o problema é qualitativo, não devendo se atentar aos aspectos quantitativos.

Com relação ao sentido da corrente elétrica, é possível de ser determiná-la aplicando a Lei de Lenz. Em relação à parte do tubo que o ímã já

$$\Rightarrow \int_0^{2\pi} \frac{-1}{2} + \frac{3cos(2t)}{2}\ dt = -\pi \tag{2.107}$$

iii)Terceiro termo:

$$\int_0^{2\pi} sen^2t\ cost\ dt \tag{2.108}$$

Resolvendo também essa integral pelo método da substituição de varável: $v = sent$, então $dv = cost\ dt$:

$$\int_0^{2\pi} sen^2t\ cost\ dt = \int v^2\ dv \quad \Rightarrow \quad \int_0^{2\pi} sen^2t\ cost\ dt = \frac{v^3}{3} \tag{2.109}$$

Retornando a variável do problema t:

$$\int_0^{2\pi} sen^2t\ cost\ dt = \frac{sen^3t}{3}\Bigg|_0^{2\pi} \Rightarrow \int_0^{2\pi} sen^2t\, cost\, dt = \frac{sen^3(2\pi)}{3} - \frac{sen^3(0)}{3} \tag{2.110}$$

$$\Rightarrow \int_0^{2\pi} sen^2t\ cost\ dt = 0 \tag{2.111}$$

iv)Com os resultados obtidos nas Equações 2.99, 2.107 e 2.111 aplicados à Equação 2.95:

$$\int_0^{2\pi} F[\gamma(t)] \cdot \gamma'(t)dt = 0 + (-\pi) + 0 \tag{2.112}$$

$$\boxed{\int_0^{2\pi} F[\gamma(t)] \cdot \gamma'(t)dt = -\pi} \tag{2.113}$$

Gabarito: A

2.15 Questão 15

Quais são os pontos da circunferência $x^2 + y^2 = 1$ em que o gradiente de $f(x, y) = x^2/2 + y^2$ tem módulo máximo?

(a) $(0, -1)$ *e* $(0, 1)$ (b) $(-1, 0)$ *e* $(1, 0)$ (c) $(-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ *e* $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$
(d) $(1, 0)$ *e* $(0, 1)$ (e) $(-1, 0)$ *e* $(0, -1)$

Resolução:

Sabendo que $I = 1\ A$:

$$i = \frac{R^2}{r^2} \tag{4.56}$$

Substituindo o resultado obtido da Equação 4.56 aplicado à Equação 4.52:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi R} \cdot \frac{R^2}{r^2} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 R}{2\pi r^2} \tag{4.57}$$

Analisando a Equação 4.57, o módulo do campo magnético é diretamente proporcional a R. Portanto, B será máximo quando R obtiver o valor máximo possível na região interior do cilindro:

$$\Rightarrow B_{max} = \frac{\mu_0}{2\pi r} \tag{4.58}$$

iii)Conclusão

Tanto na região exterior, quanto na região interior do cilindro, o módulo do campo magnético é máximo em $R = r$ e possuem o mesmo valor $B_{max} = \frac{\mu_0}{2\pi r}$. Aplicando $B_{max} = 2 \cdot 10^{-4}\ T$, do enunciado, nessa Equação:

$$2 \cdot 10^{-4} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{4.59}$$

$$\boxed{r = \frac{\mu_0}{4\pi} 10^4} \tag{4.60}$$

Gabarito: A

4.11 Questão 11

Dois reservatórios cilíndricos de mesmas dimensões, altura H e raio R, estão cheios, contendo um mesmo líquido de densidade ρ. Na parede lateral do primeiro cilindro, há um pequeno orifício localizado a uma distância h_1 do topo do cilindro e, por esse orifício, o líquido escapa, pela ação da gravidade, com velocidade v_1. Na parede lateral do segundo cilindro, há um pequeno orifício, similar ao anterior, localizado a uma distância h_2 do topo e por onde o líquido escapa, pela ação da gravidade, com velocidade $v_2 = 2v_1$. Então h_2/h_1 é igual a:

(a) 1/4 (b) 1/2 (c) $\sqrt{2}$ (d) 2 (e) 4

Resolução:

I)Cálculo da velocidade de saída através de um pequeno orifício de um reservatório cilíndrico genérico:

$$\begin{cases} eixo\ x : 4m \cdot v_{3x} = m \cdot v_{1x} + 2m \cdot v_{2x} \\ eixo\ y : 4m \cdot v_{3y} = m \cdot v_{1y} + 2m \cdot v_{2y} \end{cases} \tag{5.76}$$

Sabendo que $v_1 = (2, 2)$ e $v_3 = (0, 3)$:

$$\begin{cases} 4m \cdot 0 = m \cdot 2 + 2m \cdot v_{2x} \\ 4m \cdot 3 = m \cdot 2 + 2m \cdot v_{2y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{2x} = -1 \\ v_{2y} = 5 \end{cases} \tag{5.77}$$

Portanto, o vetor velocidade do ponto material P_2 após o choque é $v_2 = (-1, 5)$, o sinal negativo no componente x significa que a velocidade está na direção contrária à orientação positiva da Figura 56.

$$\boxed{v_2 = (-1, 5)} \tag{5.78}$$

Gabarito: E

5.15 Questão 15

Em um circuito R-L-C, com tensão constante V, observa-se que a corrente $I(t)$ troca de sinal infinitas vezes e $\lim_{t\to\infty} I(t) = 0$. Nessas condições, se R é a resistência, L é a indutância e C é a capacitância do sistema, tem-se

(a) $R = 0$ (b) $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (c) $0 < R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ (d) $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$
(e) $L = 0$

Resolução:

I)Desenho do problema:

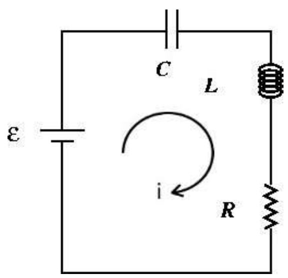

Figura 57: Interpretação do Exercício 15/2016

II)Regra das malhas:
Aplicando a regra das malhas, a partir de um ponto entre o resistor e a fonte e percorrendo o sentido da corrente, é possível escrever a seguinte expressão:

$$\varepsilon - Ri - L\frac{di}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \tag{5.79}$$

Manipulando algebricamente a Equação 5.79:

$$\frac{R}{L}i + \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}\,Q = \frac{\varepsilon}{L} \tag{5.80}$$

ii)Avaliação do valor da Hessiana nos pontos críticos $(-1,-2)$ e $(1,-2)$ utilizando a Equação 12.16:

$$\therefore H(-1,-2) = -576 < 0 \tag{12.17}$$

$$\therefore H(1,-2) = 576 > 0 \tag{12.18}$$

Como $H(-1,-2) < 0$, o ponto $(-1,-2)$ não é ponto de mínimo local.

iii)Avaliação do valor da $\frac{\partial^2 f(P_0)}{\partial x^2}$ no ponto $(1,-2)$:

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 f(1,-2)}{\partial x^2} = 6 \cdot 1 > 0 \tag{12.19}$$

III)Conclusão:

Como o ponto $(1,-2)$ possui $H(1,-2) > 0$, e $\frac{\partial^2 f(1,-2)}{\partial x^2} > 0$, é possivel afirmar que o ponto de mínimo local é:

$$\boxed{(1,-2)} \tag{12.20}$$

Gabarito: D

12.4 Questão 04

Ao aproximar $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ pelo método dos trapézios e pelo método de Simpson, obtém-se, respectivamente:

(a) 47/60 e 3/4 (b) 3/4 e 47/60 (c) 31/60 e 3/4
(d) 37/60 e 3/4 (e) 3/4 e 31/60

Resolução:

I)Método do trapézio:

i)Utilizando a fórmula do método dos Trapézio:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{(1-0)}{2}[f(0) + f(1)] \tag{12.21}$$

$$\Rightarrow \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+0^2} + \frac{1}{1+1^2}\right) \Rightarrow \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \frac{3}{4} \tag{12.22}$$